

Lineare Beziehungen zwischen einigen Nukleonen-Ablöseenergien und der Massenzahl

Von F. EVERLING

Aus dem Max-Planck-Institut für Chemie (Otto-Hahn-Institut), Mainz *
 (Z. Naturforsch. 14 a, 787—790 [1959]; eingegangen am 25. Mai 1959)

Die Nukleonen-Ablöseenergien S_n und S_p werden für die Grundzustände und die niedrigen Anregungszustände der Spiegelkerne mit der Massenzahl $A=4n+1$ (n ganz) und der Isobarenspin-Komponente $T_z = +\frac{1}{2}$ bzw. $-\frac{1}{2}$ im Bereich $17 \leq A \leq 29$ in Abhängigkeit von der Massenzahl A dargestellt. Ein entsprechendes Diagramm wird für die Ablöseenergie eines Neutrons und Protons $S_{n,p}$ für (u, u)-Selbstspiegelkerne gegeben. Bei S_n und S_p liegen je 4 Werte innerhalb der Fehlergrenzen auf einer Geraden, von denen je 3 den gleichen Spin und gleiche Parität $J^\pi = \frac{1}{2}^+$ haben, während bei je einem Wert, nämlich $^{21}\text{Ne}^*$ (1,73 MeV) bzw. $^{21}\text{Na}^*$ (1,46 MeV), die eindeutige Spin- und Paritätsmessung noch fehlt. Bei $S_{n,p}$ läßt sich eine bis 4-fach außerhalb der Fehlergrenzen verlaufende Gerade zeichnen, bei der 3 Werte den Spin $J^\pi = 1^+$ bzw. $(1)^+$ haben, während von $^{22}\text{Na}^*$ (2,22 MeV) die Spin- und Paritätszuordnung ebenfalls noch fehlt. In diesem Fall nähert die Gerade die empirischen Werte immer noch auf besser als 5%/₀₀ an. Der Anstieg der Geraden $S_{n,p}(A)$ erweist sich als nahezu gleich dem mittleren Anstieg von $S_n(A)$ und $S_p(A)$. Eine Darstellung von S_n in Abhängigkeit von $\frac{1}{2} A^{2/3}$ statt A verzerrt den geradlinigen Verlauf. Es wird daher vermutet, daß die Differenzkurve $S_n - S_p$, die Bindungsenergie-Differenz der Spiegelkerne im Zustand $J^\pi = \frac{1}{2}^+$, auch mit A statt mit $A^{2/3}$ linear wächst.

Über die Ablöseenergie eines Neutrons oder Protons von Atomkernen ist eine große Zahl ausgezeichnete Arbeiten erschienen, von denen nur die letzte von ZELDES¹ zitiert sei. Die meisten dieser Arbeiten benutzen die Bindungsenergien der Kerne im Grundzustand, so daß in dem Ausdruck für die Ablöseenergie eines Neutrons bzw. Protons

$$S_n = \frac{A}{Z} B_N - \frac{A-1}{Z} B_{N-1} \text{ bzw. } S_p = \frac{A}{Z} B_N - \frac{A-1}{Z-1} B_N$$

das Symbol $\frac{A}{Z} B_N$ die Bindungsenergie des betreffenden Kerns im Grundzustand

$$\frac{A}{Z} B_N = Z^1 H + N^1 n - \frac{A}{Z} M_N$$

bedeutet. Die Auftragung dieser Ablöseenergie, z. B. für Kerne mit gleichem T_z in Abhängigkeit von der Massenzahl, ergibt Streckenzüge, die sich bis jetzt nur in ihrem groben Verlauf verstehen lassen. Dies rührt zum großen Teil daher, daß die Schalenmodell-Konfigurationen der Grundzustände im allgemeinen keine Folgen bilden, bei denen sowohl Protonen als auch Neutronen nur je eine Unterschale nach und nach auffüllen und keine Umordnungen der übrigen Nukleonen vorkommen.

Wir haben deshalb die Ablöseenergien auch für angeregte Zustände der Atomkerne berechnet und dadurch die Zahl der Informationen um ein Vielfaches vermehrt. Wir betrachten also

$$S_n = \frac{A}{Z} B_N^* - \frac{A-1}{Z} B_{N-1} \text{ bzw. } S_p = \frac{A}{Z} B_N^* - \frac{A-1}{Z-1} B_N,$$

wo $\frac{A}{Z} B_N^* = Z^1 H + N^1 n - \frac{A}{Z} M_N - E_i$, wenn E_i die An-

regungsenergie des i -ten Kernniveaus bedeutet und $E_0 = 0$ gesetzt ist.

Es sei darauf aufmerksam gemacht, daß der Subtrahend immer ein Selbstspiegelkern der Massenzahl $A = 4n$ im Grundzustand ($J^\pi = 0^+$) ist.

Im folgenden wird außerdem die Ablöseenergie eines Neutrons und Protons betrachtet, die man oft der Kürze halber Ablöseenergie eines Deuterons S_d nennt:

$$S_{n,p} = \frac{A}{Z} B_N^* - \frac{A-2}{Z-1} B_{N-1}.$$

Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf die Ablöseenergie eines Neutrons bzw. Protons von Spiegelkernen mit $T_z = +1/2$ bzw. $-1/2$ vom Typ $A = 4n + 1$ (n ganz) und auf die Ablöseenergie von Selbstspiegelkernen (auch selbstkonjugierte Kerne genannt, $T_z = 0$) vom Typ $A = 4n + 2$. Der Massenbereich geht von $A = 17$ bis 30, d. h. über den Bereich der 1 d^{5/2}- und 2 s^{1/2}-Schale.

Empirisches Material und Resultate

Abb. 1 und 2 zeigen die Ablöseenergie eines Neutrons S_n bzw. Protons S_p in Abhängigkeit von der Massenzahl A . Die Grundzustände sind durch Kreise, die Niveaus des jeweiligen Kerns durch Striche markiert, stets mit ihren Fehlergrenzen – soweit in dieser Darstellung sichtbar. Die Ablöseenergien sind

* jetzt: National Academy of Sciences, Nuclear Data Group, Washington D.C., USA.

¹ N. ZELDES, Nucl. Phys. 7, 27 [1958].

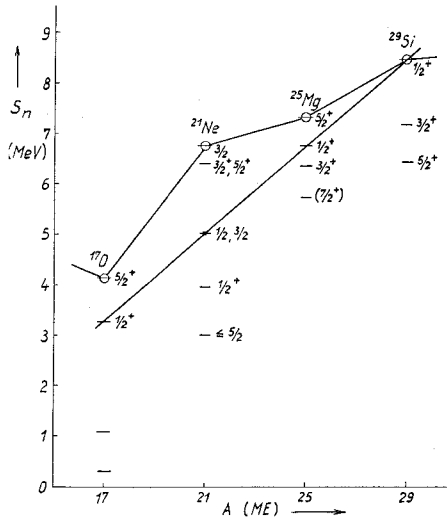


Abb. 1. Ablöseenergie eines Neutrons $S_n = \frac{A}{Z} B_N^* - \frac{A-1}{Z} B_{N-1}$, wenn $\frac{A}{Z} B_N^*$ die Bindungsenergie eines ($T_z = +\frac{1}{2}$)-Nuklids im Grund- oder Anregungszustand und $\frac{A-1}{Z} B_{N-1}$ die Bindungsenergie des entsprechenden Selbstspiegelkerns im Grundzustand bedeuten. Die Fehlergrenzen sind — von einem Fall abgesehen — kleiner als die Strichstärke.

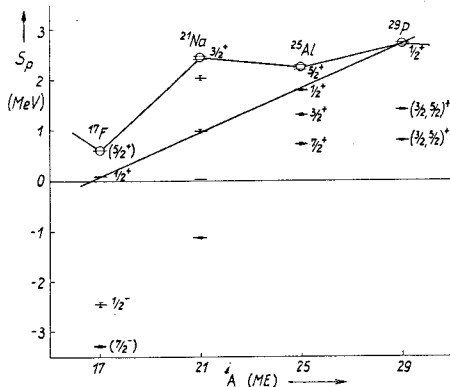


Abb. 2. Ablöseenergie eines Protons $S_p = \frac{A}{Z} B_N^* - \frac{A-1}{Z-1} B_N$ wenn $\frac{A}{Z} B_N^*$ die Bindungsenergie eines ($T_z = -\frac{1}{2}$)-Nuklids im Grund- oder Anregungszustand und $\frac{A-1}{Z-1} B_N$ die Bindungsenergie des entsprechenden Selbstspiegelkerns im Grundzustand bedeuten. Bei den nach unten aufgetragenen Anregungsenergien der ($T_z = -\frac{1}{2}$)-Kerne sind nur die Fehler der Anregungsenergien allein eingetragen.

einer Arbeit mit MATTAUCH² entnommen, die Niveauschemata und die dazugehörigen Fehler den Berichten von AJZENBERG-SELOVE und LAURITSEN³, ENDT und BRAAMS⁴ sowie Nuclear Data Sheets⁵ und neuer Literatur⁶.

Aus Abb. 1 ersieht man, daß die Neutronen-Ablöseenergien von $^{17}\text{O}^*$ (0,871 MeV), $^{21}\text{Ne}^*$ (1,73

MeV), $^{25}\text{Mg}^*$ (0,582 MeV) und ^{29}Si (Grundzustand) etwa auf einer Geraden liegen und daß von dreien dieser Kerne der Spin und die Parität zu $J^\pi = 1/2^+$ gemessen worden ist.

Abb. 2 zeigt einen entsprechenden linearen Zusammenhang bei den zugehörigen Spiegelkernen. Zufälligerweise sind auch hier wieder bei den Massenzahlen 17, 25 und 29 die Spins und Paritäten gemessen, während diese Bestimmung für $A = 21$ noch fehlt.

Die Ablöseenergie eines Neutrons für $^{17}\text{O}^*$ (0,871 MeV) ist gerade die Energie, die man bei der Anlagerung von einem Neutron an ^{16}O in den $2s\ 1/2$ -Zustand erhält. Entsprechend ist die Ablöseenergie eines Protons für $^{17}\text{F}^*$ (0,510 MeV) die bei Anlagerung eines Protons an ^{16}O in den $2s\ 1/2$ -Zustand gewonnene Energie. Lagert man an ^{16}O ein Neutron und ein Proton je in den $2s\ 1/2$ -Zustand mit parallelen Spins an, so kommt man zu ^{18}F mit $J^\pi = 1^+$, d. h. dem Grundzustand. Selbstverständlich erwartet man für diese Anlagerungsenergie eines Neutrons und Protons einen größeren Energiebetrag als die Summe der beiden Größen S_n und S_p , da die Bindung zwischen Proton und Neutron und eventuell weitere Strukturänderungen hinzukommen.

Abb. 3 zeigt die zur Diskussion stehende Ablöseenergie eines Protons und Neutrons in Abhängigkeit von der Massenzahl. Wieder zeigt sich ein nahezu linearer Zusammenhang, und zwar zwischen den Werten $S_{n,p}$ für ^{18}F (Grundzustand), $^{22}\text{Na}^*$ (2,22 MeV), $^{26}\text{Al}^*$ (1,05 MeV) und ^{30}P (Grundzustand). Die Spin- und Paritätsbestimmung dieser Zustände ergab in zwei Fällen 1^+ und in einem Fall $(1)^+$ (Spin unsicher), während sie für $^{22}\text{Na}^*$ fehlt.

Abb. 4, 5 und 6 dienen zur genaueren Untersuchung der Frage, ob es in diesen Fällen sinnvoll ist, von Geraden zu sprechen. Dazu ist der Ordinatenmaßstab gegenüber den Abb. 1, 2 und 3 auf das 10-fache vergrößert und in jedem Fall eine Gerade mit passend gewähltem Anstieg abgezogen, damit der Verlauf nicht zu steil wird. Die Fehler sind im Gegensatz zu den Abb. 1 bis 3 aus denen der Ablöseenergie des betreffenden Kerns im Grundzustand und

² J. MATTAUCH u. F. EVERLING, Progr. Nucl. Phys. **6**, 233 [1957].

³ F. AJZENBERG-SELOVE u. T. LAURITSEN (wird veröffentlicht in Nucl. Phys.).

⁴ P. M. ENDT u. C. M. BRAAMS, Rev. Mod. Phys. **29**, 683 [1957].

⁵ G. ANDERSSON, G. H. FULLER, N. B. GOVE, R. LEVESQUE, J. B. MARION, C. L. MCGINNIS, K. WAY u. M. YAMADA, Nuclear Data Cards and Sheets, National Research Council, Washington D.C. (1954 bis 1958).

⁶ W. R. PHILLIPS, Phys. Rev. **110**, 1408 [1958].

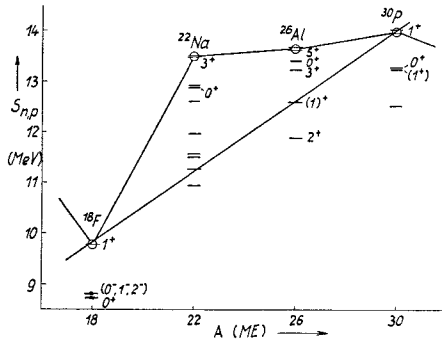


Abb. 3. Ablöseenergie eines Neutrons und Protons

$$S_{n,p} = \frac{A}{Z} B_N^* - \frac{A-2}{Z-1} B_{N-1}$$

wenn $\frac{A}{Z} B_N^*$ die Bindungsenergie eines (u, u)-Selbstspiegelkerns im Grund- oder Anregungszustand und $\frac{A-2}{Z-1} B_{N-1}$ die Bindungsenergie des entsprechenden (g, g)-Selbstspiegelkerns im Grundzustand bedeuten. Bei den nach unten aufgetragenen Anregungszuständen der (u, u)-Selbstspiegelkerne sind nur die Fehler der Anregungsenergien allein eingetragen.

den Fehlern der Anregungsenergien in der üblichen Weise $\sqrt{s^2 + e^2}$ zusammengesetzt, wobei s den zu S gehörigen Fehler und e den Fehler der betreffenden Anregungsenergie E bedeutet.

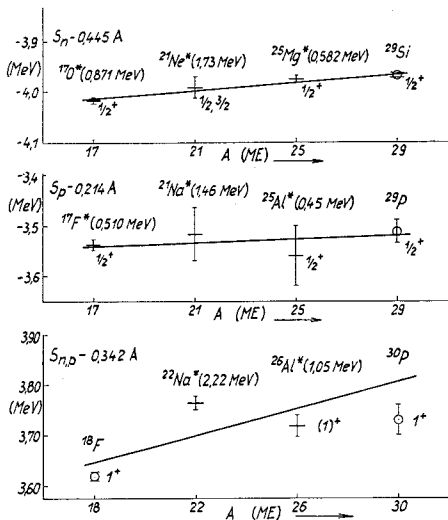


Abb. 4, 5 und 6. Darstellung der auf einer Geraden liegenden Werte aus Abb. 1, 2 und 3 in 10-fach vergrößertem Maßstab nach Subtraktion einer passend gewählten Geraden $y=0,445 A$, $y=0,214 A$ bzw. $y=0,342 A$.

Bei den Abb. 4 und 5 läßt sich innerhalb der Fehlergrenzen eine Gerade zeichnen. Es erscheint daher nicht zulässig, aus den Meßpunkten irgendeinen gekrümmten Verlauf herauslesen zu wollen. In Abb. 6 läuft die gezeichnete Gerade bis zu 4 Fehler-

grenzen entfernt an den Meßpunkten vorbei. Die historische Entwicklung zeigt jedoch immer wieder, daß Korrekturen dieser Größenordnung sehr häufig sind, so daß auch hier versuchsweise ein geradliniger Verlauf angenommen werden darf. In jedem Fall aber stellt die Gerade eine gute Näherung dar, die die empirischen Werte von $S_{n,p}$ auf besser als 50/00, die von S_n sogar auf besser als 0,70/00 genau wiedergibt. Bei S_p ist wegen der kleineren Absolutwerte die relative Genauigkeit nur besser als 50/00.

Abb. 7 zeigt die drei linearen Zusammenhänge zum Vergleich der Anstiege. Wie man aus der Dar-

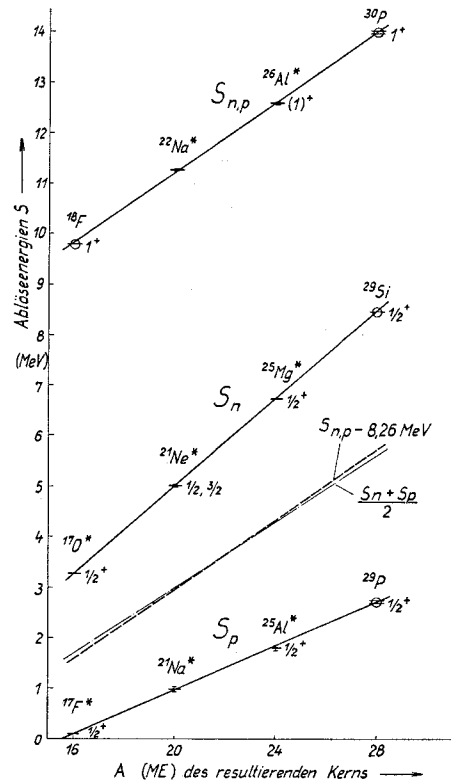


Abb. 7. Vergleich der Anstiege der Geraden $S_n(A)$ aus Abb. 1, $S_p(A)$ aus Abb. 2 und $S_{n,p}(A)$ aus Abb. 3. Um zu zeigen, daß der Anstieg von $S_{n,p}(A)$ etwa gleich dem mittleren Anstieg von $S_n(A)$ und $S_p(A)$ ist, wurde die Gerade $S_{n,p}(A)$ um 8,26 MeV nach unten parallel verschoben.

stellung unmittelbar ersieht, ist der Anstieg der Geraden $S_{n,p}(A)$ nahezu gleich dem mittleren Anstieg der Geraden $S_n(A)$ und $S_p(A)$.

Bildet man die Differenz der Geraden $S_n(A)$ und $S_p(A)$, so erhält man gerade die Bindungsenergie-Differenz der im Zustand $J^\pi = 1/2^+$ befindlichen Spiegelkerne mit $T_\zeta = \pm 1/2$. Die Differenzen der Grund-

zustände dieser Spiegelkerne wurden bisher nicht gegen die Massenzahl A , sondern entsprechend dem Tröpfchenmodell gegen $1/2 A^{2/3}$ aufgetragen, wodurch der ganze Verlauf $1 \leq A \leq 39$ etwa geradlinig ansteigt. Später^{7, 8} approximierte man in dieser Darstellung die zu einer Unterschale gehörigen Kerne durch Geraden. Bei dieser Methode, die nur Grundzustände in Betracht zieht, hat man im Bereich der $1d\ 5/2$ -Schale nur die 3 Differenzen bei $A = 17, 21$ und 25 mit der inhomogenen Spinfolge $5/2^+, 3/2^+, 5/2^+$. Unsere Einbeziehung der Anregungszustände erlaubt jetzt eine Untersuchung der Geradlinigkeit einer Folge von 4 Punkten, die anscheinend die Auffüllung der $1d\ 5/2$ -Schale repräsentieren. Bisher reicht die Meßgenauigkeit noch nicht aus, um deutlich zwischen Geradlinigkeit bei Auftragung gegen A und derjenigen gegen $1/2 A^{2/3}$ unterscheiden zu können.

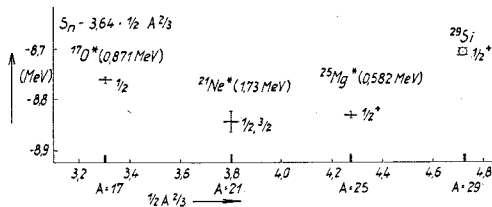


Abb. 8. Prüfung der Linearität von S_n in Abhängigkeit von $1/2 A^{2/3}$. Aus dem linearen Verlauf in Abb. 1 bzw. 4 wird ein parabolischer.

Abb. 8 zeigt jedoch, daß für S_n allein die Auftragung gegen $1/2 A^{2/3}$ keine Gerade ergibt. Es ist daher wahrscheinlich, daß dies auch für S_p und daher auch für die Differenz beider Kurven, die Bindungsenergie-differenz der ($J^\pi = 1/2^+$)-Spiegelkernzustände, der Fall ist.

⁷ S. E. ARNELL, J. DUBOIS u. O. ALMÉN, Nucl. Phys. 6, 196 [1958].

Diskussion

Lineare Beziehungen zwischen Bindungsenergien angeregter Atomkerne in Abhängigkeit von der Massenzahl wurden bereits früher beobachtet⁹, so daß die Linearität als solche bei den Ablöseenergien, die ja Differenzen von Bindungsenergien sind, nicht mehr überraschend ist.

Zur Diskussion der Ablöseenergien wollen wir uns der einfachen Vorstellung anschließen, daß ein ($A = 4n + 1, J^\pi = 1/2^+$)-Spiegelkern aus dem zugehörigen $4n$ -Selbstspiegelkern und einem „lose daranhängenden“ Nukleon (hier stets im $2s\ 1/2$ -Zustand) besteht. Ferner nehmen wir an, daß die Konfigurationen der Selbstspiegelkerne vom Typ $4n$ (^{16}O , ^{20}Ne , ^{24}Mg und ^{28}Si) so beschaffen sind, daß die Besetzungszahl jeder Unterschale in diesem Bereich entweder konstant ist oder linear anwächst. Dann bedeutet die Linearität in den Ablöseenergien, daß die Kopplung des $2s\ 1/2$ -Nukleons mit den $1d\ 5/2$ -Nukleonen, die beim Fortschreiten von ^{16}O zu ^{20}Ne , ^{20}Ne zu ^{24}Mg und ^{24}Mg zu ^{28}Si hinzugekommen sind, gleich groß ist. Sie hat die Größe

$$K_n = 1,732 \pm 0,004 \text{ MeV für das } 2s\ 1/2\text{-Neutron,}$$

$$K_p = 0,87 \pm 0,012 \text{ MeV für das } 2s\ 1/2\text{-Proton,}$$

$$K_{n,p} = 1,40 \pm 0,05 \text{ MeV für das } 2s\ 1/2\text{-Neutron}$$

und das $2s\ 1/2$ -Proton
in Parallelstellung.

Weitergehende Fragen, z. B. die nach anderen Geraden in diesem Massenbereich oder der Beziehung zwischen den Anstiegen, mögen offen bleiben, da wir vor ihrer Behandlung über weiteres Erfahrungsmaterial berichten wollen.

Herrn Professor Dr. J. MATTAUCH danke ich für die wohlwollende Förderung dieser Arbeit.

⁸ O. KOFOED-HANSEN, Rev. Mod. Phys. 30, 449 [1958].

⁹ F. EVERLING, Z. Naturforsch. 13 a, 900 [1958].